

Skalarproduktet

Oppgave 1

Vis at

$$x_1y_1 + x_2y_2 = \|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\| \cos \theta$$

hvor θ er vinkelen mellom \mathbf{x} og \mathbf{y} .

Oppgave 2

Bruk Cauchy-Schwarz' ulikhet til å utlede trekantulikheten

$$\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\| \leq \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|.$$

Oppgave 3

Vis at vektorene i en innbyrdes ortogonal vektormengde må være lineært uavhengige, så lenge ingen av dem er nullvektoren.

Oppgave 4

La $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$. Finn den ortogonale projeksjonen \mathbf{z} av \mathbf{v} på \mathbf{u} . Vis at $\mathbf{v} - \mathbf{z}$ og \mathbf{u} er ortogonale.

Oppgave 5

Finn et uttrykk for projeksjonsmatrisen P slik at

$$P \mathbf{x} = \frac{\mathbf{x}^T \mathbf{y}}{\mathbf{y}^T \mathbf{y}} \mathbf{y}.$$

Oppgave 6

Finn projeksjonen av $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ ned på den ortogonale basisen

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{u}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$