

# Kontinuitet og kompleks funksjonsteori

## Oppgave 1

Vis at  $f(x) = 5x + 2$  er kontinuerlig i  $x_0 = 4$  ved å bruke  $\epsilon$ - $\delta$ -definisjonen av kontinuitet.

## Oppgave 2

Vis at funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} e^x & x \leq 0 \\ \frac{\sin x}{x} & x > 0 \end{cases}$$

er kontinuerlig.

## Oppgave 3

Utled Cauchy-Riemannlikningene

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{og} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

## Oppgave 4

Vis at funksjonen  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  gitt ved

$$f(z) = e^{-z^2}$$

er analytisk.

## Oppgave 5

Vis at  $\frac{d}{dz} \sin z = \cos z$ .

**Analogi for  $\epsilon$ - $\delta$ -tankegang.** Fra *Kalkulus* av Tom Lindstrøm.

Du jobber på en fabrikk som produserer funksjonsverdier  $f(x)$ . Helst burde disse funksjonsverdiene ha vært nøyaktig  $f(x_0)$ , men det krever at produksjonsapparatet er innstilt i posisjonen  $x = x_0$ , noe som dessverre er umulig å få til i praksis. Alt firmaet garanterer er at uansett hvor liten feilmargin kunden måtte kreve, så er det mulig å oppfylle dette kravet ved å fininnstille apparaturen. En kunde ringer og bestiller et parti funksjonsverdier som ikke må avvike fra  $f(x_0)$  med mer enn en feilmargin  $\epsilon$ . Uansett hvor liten denne  $\epsilon$  er, så skal det være mulig for deg (for eksempel ved å slå opp i en tabell) å finne frem til et slingringsmonn  $\delta$  slik at når du innstiller apparaturen i en posisjon  $x$  hvor unøyaktigheten  $|x - x_0|$  er mindre enn  $\delta$ , så vil differansen mellom produksjonsresultatet  $f(x)$  og den ønskede verdien  $f(x_0)$  være mindre enn kundens feilmargin  $\epsilon$ .

Neste uke blir det repetisjon: Svar på *dette* skjema for å komme med ønske om temaer!

