Fouriertransformasjon

Oppgave 1

Finn fouriertransformasjonen til $f(t) = e^{-a|t|}$.

Oppgave 2

Finn fouriertransformasjonen til $f(t) = \frac{1}{t^2+a^2}$.

Oppgave 3

Vis at $\widehat{e^{i\theta t}x(t)} = \widehat{x}(\omega - \theta)$.

Oppgave 4

Vis at

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\overline{y(t)}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \widehat{x}(\omega)\overline{\widehat{y}(\omega)}\,\mathrm{d}\omega.$$

Dette er kjent som Plancherels identitet.

Oppgave 5

Bruk konvolusjon og laplacetransformasjon til å løse initialverdiproblemet

$$\ddot{x} + x = \sin(t) \qquad x(0) = \dot{x}(0) = 0.$$

Fouriertransformasjon

$$\hat{x}(w) = \mathcal{F}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t}\,\mathrm{d}t$$

Invers fouriertransformasjon

$$x(t) = \mathcal{F}^{-1}(\hat{x}) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{x}(w)e^{i\omega t}\,\mathrm{d}\omega$$

Konvolusjon

Generelt	$x * y = \int_{-\infty}^{\infty} x(s)y(t-s)\,\mathrm{d}s$
For x, $y = 0$ for $t < 0$	$x * y = \int_{0}^{t} x(s)y(t-s)\,\mathrm{d}s$