

Repetisjonsforelesning TMA4101

Uke 47 2023

Oppgave 1

Vis at funksjonen $f : (3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved

$$f(x) = \ln(x^2 - 9)$$

har en invers funksjon, og finn den inverse funksjonen.

Oppgave 2

La

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

a) Løs likningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

b) Finn egenverdiene til A og tilhørende egenvektorer.

Oppgave 3

Lag et script som tilnærmer løsningen til

$$y' = y^2 - y^3 \quad \text{hvor} \quad y(0) = 0.01,$$

ved trapesmetoden for $t \in [0, 200]$.

Oppgave 4

Utled pendellikningen

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0,$$

der θ er vinkelutslaget, l er pendelens lengde og g er tyngdeakselerasjonen. Forklar hva et førsteintegral er, og utled at

$$\frac{1}{2}m(l\dot{\theta})^2 - mgl \cos \theta = C$$

for pendellikningen til en pendel med masse m .

Oppgave 5

Finn Taylor-rekken til funksjonen $e^{-\frac{x^2}{2}}$ om $x = 0$, og bruk denne rekken til å uttrykke det bestemte integralet

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

som en alternerende rekke.

Oppgave 6

Vis at følgen

$$0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots, \frac{n-1}{n}, \dots$$

konvergerer mot 1 ved definisjonen.

Oppgave 7

Avgjør om

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)2^n}$$

konvergerer eller divergerer.