

Integrasjon - Oppgaver med løsningsforslag

1. Beregn de ubestemte integralene

a) $\int x^2 - 5x + e^x dx$

b) $\int x \cos x dx$

c) $\int \frac{x}{x^2 - 9} dx$

d) $\int \frac{e^x}{e^x + 5} dx$

e) $\int \sin^3(x) \cdot \cos(x) dx$

2. La f være funksjonen gitt ved $f(x) = 6x^2 + 4x - 3$.
Finn den antideriverte G til f som er slik at $G(1) = 0$.

3. Beregn de bestemte integralene

a) $\int_{-1}^0 -x^3 + 3x dx$

b) $\int_0^1 (2x + 1)e^{x^2+x} dx$

c) $\int_0^{\ln 2} e^{2x} dx$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(\sin x + 2)^2} dx$

e) $\int_0^1 \sqrt{x^2 + 4x + 4} dx$

4. Finn arealet begrenset av grafene til de to funksjonene $f(x) = x^2$ og $g(x) = x + 2$.

5. Utled uttrykket for delvis integrasjon ved å ta utgangspunkt i produktregelen for derivasjon.

6. La $f(x) = \tan x$.

a) Vis at $f'(x) = 1 + \tan^2 x$.

b) Regn ut $\int \frac{1 + \tan^2 x}{\tan x} dx$.

7. Beregn integralene uten å finne en antiderivert

a) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin x dx$

b) $\int_0^5 x dx$

c) $\int_e^{\pi} dx$

8. Regn ut arealet av flaten avgrenset av grafene til f og g når $f(x) = -x^2 + 8x - 7$ og $g(x) = x^2 - 1$.

9. Funksjonen f er gitt ved $f(x) = \cos(2x)$ for $D_f = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. La S være flaten avgrenset av grafen til f og linja $y = \frac{1}{2}$.

a) Skissér S .

b) Beregn arealet av S .

c) Ved å rotere S om x -aksen får man et omdreingslegeme. Hva er volumet av dette omdreingslegemet?

Ekstra: Numerisk integrasjon

Summen \mathcal{R}_n definert i teori-delen under tittelen "bestemt integrasjon og summasjon" kalles *venstre Riemann-sum*. Her kan du lese mer om Riemann-summer og numerisk integrasjon. Dette kommer de fleste av dere til å lære mer om på universitetet!